

PROCEDURALNO I KONCEPTUALNO ZNANJE POTREBNO PRI RJEŠAVANJU JEDNADŽBI I NEJEDNADŽBI

NIKOLA KOCEIĆ-BILAN

Matematika je jedno od temeljnih obrazovnih područja, a stjecanje matematičkih kompetencija uvelike utječe na sveukupni razvoj svakog pojedinca. Stoga suvremena nastava matematike treba težiti učenikovom razvoju umijeća samostalnog i kreativnog učenja matematike kao temelja za uspješnu primjenu stečenih znanja kako u drugim znanstvenim područjima, tako i u svakodnevnom životu. Osnovni vidovi matematičkih kompetencija stečenih obzirom na usvojeno znanje su konceptualno znanje, koje predstavlja razumijevanje pojmova i koncepata, i proceduralno znanje, koje podrazumijeva poznavanje postupaka i procedura te njihove primjene na rješavanje zadataka. Za uspješno ovladavanje matematičkim sadržajima i postizanje uspjeha u matematici obje vrste znanja su gotovo podjednako važne. No unatoč tomu, tijekom povijesti se, a i danas, naglasak često stavlja na uvježbavanje samog postupka rješavanja zadataka čime se potiče tzv. rutinska stručnost (Hatano, 2003). Na osnovu nastavnikovog načina rješavanja, učenici mogu brzo i točno riješiti poznate zadatke bez razumijevanja, zbog čega su neuspješni u nestandardnim i novim zadacima (Harskamp i Suhre, 2007). To rezultira manjkom razvoja generičkih kompetencija: zaključivanja i dokazivanja, modeliranja, postavljanja i rješavanja problema, povezivanja, komunikacije i prikazivanja (pet procesa po standardima NCTM-National Council of Teachers of Math.). Ti nedostaci i manjkavosti se jasno vide i kroz rezultate PISA (Programme for International Student Assessment) testiranja koja su provedena na oko 500000 učenika u dobi od 15 godina u šezdesetak različitih zemalja, a koja pokazuju da je svega 13% učenika zemalja OECD (Organizacija za ekonomsku suradnju i razvoj) u stanju modelirati neke složenije situacije, odnosno upotrebljavati usvojeno znanje i kompetencije u novim situacijama i nepoznatim okruženjima. Stoga je jedan od najvažnijih obrazovnih ciljeva danas poticanje adaptivne stručnosti kod učenika, čime bi učenici bili kompetentni primijeniti stečena znanja na fleksibilan način (Hatano, 2003). Adaptivni stručnjaci, za razliku od rutinskih, mogu uočiti principe koji

su u osnovi različitih postupaka, procijeniti prikladnost njihove primjene na određenu situaciju te modificirati ili stvoriti nove postupke prikladne za nju. Oni lakše i učinkovitije uče u novim situacijama te manje primjenjuju poznate sheme koje su neučinkovite u novoj situaciji (Hatano i Oura, 2003; Wineburg, 1998).

Da bi se kroz obrazovni proces poticala adaptivna stručnost kod učenika potrebno je razvijati i konceptualno i proceduralno znanje čineći dobar balans između konceptualnog razumijevanja i vještine računanja. U protivnom, uvježbano računanje bez razumijevanja se brzo zaboravlja ili pogrešno pamt, a razumijevanje bez lakoće računanja sputava proces rješavanja. Neki nastavni sadržaji ne mogu se usvojiti ako se ne razumije koncept, za neke je dovoljno da se nauči samo procedura, a za neke je potrebno oboje; ključno je znati gdje i u kojoj mjeri je što potrebno. Činjenica je da u nastavi matematike postoje operacije koje bi učenici trebali usvojiti do razine automatizacije. Međutim bez dubljeg razumijevanja potrebe provođenja upravo tih postupaka, pitanje je koliko je tako usvojeno znanje kvalitetno i dugotrajno. Ako se od učenika traži samo rješavanje zadataka zatvorenoga tipa u kojima se očekuje precizno i točno izvođenje postupaka rješavanja, onda će oni takvu (proceduralnu) matematiku i učiti. No, za rješavanje složenijih matematičkih problema i zadataka otvorenoga tipa, kakvi se susreću u svakodnevnom životu, ta razina znanja nije dovoljna, za tako nešto nužno je konceptualno znanje. Ono je potrebno i za rješavanje (ne)jednadžbi koje su dominantno zastupljene u zadacima u većini europskih kurikula. Iako se rješavanje takvih zadataka često može svesti na gotove recepte i procedure, za potpuno savladavanje ovih tema iz elementarne matematike nužno je poznavanje koncepata.

U ovom izlaganju ćemo kroz temu rješavanja različitih tipova jednadžbi i nejednadžbi detaljno analizirati, pojasniti i opisati načine na koji se ti zadatci mogu sagledavati, metode kojima se mogu rješavati, koncepte koje pri tomu treba usvojiti, te postupke i algoritme koje treba naučiti i njima ovladati. Razlog odabira baš ove teme leži u činjenici da se u obrazovnom procesu ta znanja uglavnom usvajaju na proceduralnom nivou što se pokazuje pogrešnim jer, premda postoji čitav niz jasnih i preciznih algoritama za rješavanje raznih tipova jednadžbi i nejednadžbi, i vrlo malo odstupanje od standardnih zadataka, zbog nedostatka konceptualnog razumijevanja, često rezultira potpuno pogrešnom primjenom usvojenih postupaka rješavanja. Cilj je da ukazati na brojne probleme koje nedostatak konceptualnog znanja ovdje može izazvati, na nužnost njegovog usvajanja, te na važnost da se razluči što treba konceptualno razumijeti, a što proceduralno

dobro izvježbati. Manjak konceptualnog znanja kod maturanata u Republici Hrvatskoj uočen kod priprema generacija srednjoškolaca za ispit iz Državne mature u zadacima za rješavanje kojih je potrebno dublje razumijevanje koncepata elementarne matematike analiziran je u [2]. No, još je alarmantniji nedostatak konceptualnog znanja kod budućih nastavnika matematike. Taj problem uočen je kod studenata prve godine diplomskog studija Matematika, nastavničkog usmjerenja, na kolegiju Metodika nastave matematike u zadnjih 15 godina na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Splitu.

REFERENCES

- [1] N. Koceić Bilan (2012/2013). *Nastavni materijali iz Metodike nastave matematike*.
- [2] N. Koceić Bilan, S. Braić, Procedural and conceptual knowledge in solving real-valued (in)equations, (submitted)
- [3] A. J. Baroody, Y. Feil, A. R. Johnson, (2007.), An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge, *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 115–131.
- [4] L. Haapasalo, D. Kadjevich, (2000.), Two types of mathematical knowledge and their relation, *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21(2), 139-157.
- [5] J. Hiebert, P. Lefevre, (1986.), Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. U: J. Hiebert (ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (1-27)*, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- [6] NCTM (2000.), *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- [7] B. Rittle-Johnson, M. Schneider, (2013.), *Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics*, U: R. Cohen Kadosh, A. Dowker (eds.), *Oxford handbook of numerical cognition*, Oxford University Press.
- [8] B. Rittle-Johnson, R. S. Siegler, M. W. Alibali, (2001.), Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: an iterative process, *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346–362.
- [9] J. R. Star (2000.), On the relationship between knowing and doing in procedural learning. U: B. Fishman, S. O'Connor-Divelbiss (eds.), *Fourth International Conference of the Learning Sciences (80-86)*, Mahwah, NJ: Erlbaum.